Charles Hermite

La Revue Scientifique N°5 – 2 février 1901

Discours prononcé à l'Académie des Sciences par **C. Jordan**, le 21 janvier 1901.

L'école mathématique française vient de perdre, en la personne de M. Hermite, son chef et son maître.

Il serait assurément téméraire de vouloir analyser à la hâte et sous le coup de la première émotion la longue suite de ses travaux, qui a jeté tant d'éclat sur toute la seconde moitié du XIX^{ème} siècle. Une pareille entreprise demande plus de temps et un esprit plus calme. Nous nous bornerons donc, en adressant à notre vénéré confrère le suprême adieu que sa modestie nous a interdit de prononcer sur sa tombe, à indiquer à grands traits, autant que notre mémoire nous le permettra, quelques-unes des découvertes dont nous lui sommes redevables.

En 1843, M. Hermite, âgé de vingt ans, venait d'entrer à l'École polytechnique. Sur le conseil de Liouville, il écrivit à Jacobi pour lui communiquer les résultats qu'il venait d'obtenir pour la division des fonctions abéliennes, alors à peine connues. L'illustre géomètre allemand, qui s'occupait à cette époque de l'édition de ses œuvres, n'hésita pas à y faire figurer, à côté de ses propres travaux, la lettre de son jeune correspondant.

Il lui écrivait, un peu plus tard : « Ne soyez pas fâché, Monsieur, si quelques-unes de vos découvertes se sont rencontrées avec mes anciennes recherches. Comme vous dûtes commencer par où je finis, il y a nécessairement une petite sphère de contact. Dans la suite, si vous m'honorez de vos communications, je n'aurai qu'à apprendre. »

La prédiction du grand géomètre ne devait pas tarder à se vérifier.

Dans les quatre lettres qui suivent et que Jacobi nous a également conservées, M. Hermite s'était proposé tout d'abord de généraliser la théorie des fonctions continues ; mais il se trouva bientôt amené aux problèmes plus vastes de la théorie arithmétique des formes, où il ne tarda pas à obtenir d'admirables résultats.

Dès le début de ses travaux, il indique plusieurs méthodes pour réduire les formes quadratiques à un nombre quelconque d'indéterminées. Un peu plus tard, l'introduction des variables continues dans la théorie l'amène à découvrir des vérités plus cachées.

Il donne la solution complète du problème de l'équivalence arithmétique des formes quadratiques générales ou des formes décomposables en facteurs linéaires ; il détermine les transformations de ces formes en elles-mêmes ; il démontre, par une voie toute nouvelle et purement arithmétique, les théorèmes célèbres de Sturm et de Cauchy sur la séparation des racines des équations algébriques. Il introduit la notion féconde des formes quadratiques à variables conjuguées et déduit de leur théorie une nouvelle démonstration des beaux théorèmes de Jacobi sur le nombre des décompositions d'un nombre en quatre carrés.

Il arrive enfin à cette merveilleuse proposition que les racines des équations algébriques à coefficients entiers et d'un même discriminant s'expriment par un nombre limité d'irrationnelles distinctes.

L'étude algébrique des formes est également l'objet de ses méditations. La notion des invariants qui domine cette théorie était restée un peu confuse, jusqu'au jour où M. Cayley la mit en pleine lumière dans un mémoire célèbre daté de 1845. MM. Cayley, Sylvester et Hermite se partagèrent le nouveau domaine qui venait de leur être ouvert.

Leurs travaux sont tellement entrelacés dans cette rivalité fraternelle qu'il serait difficile et à peine désirable de préciser exactement la part de chacun d'eux dans l'œuvre commune. Il semble toutefois que l'on puisse attribuer spécialement à M. Hermite la loi de réciprocité, la découverte des covariants associés, celle des invariants gauches, et la formation du système complet des covariants des formes cubiques et biquadratiques et des invariants de la forme du cinquième ordre.

Ces importantes recherches d'arithmétique et d'algèbre ne suffisaient pas à son activité; il poursuivait en même temps ses études sur les transcendantes; dans une série de recherches mémorables, il résolvait le problème de la transformation des fonctions hyperelliptiques, et des développements en série des fonctions elliptiques il déduisait des formules importantes relatives au nombre des classes des formes quadratiques.

Il posait en même temps les bases de la théorie des fonctions modulaires et résolvait jusque dans ses détails la question si difficile de leur transformation, donnant ainsi longtemps d'avance un modèle à ceux qui devaient de nos jours reprendre et généraliser cette théorie.

L'impression produite sur les géomètres par l'ensemble de ces travaux se résume assez bien dans ce mot pittoresque que nous avons recueilli jadis de la bouche de M. Lamé: « En lisant les Mémoires d'Hermite, on a la chair de poule. »

En 1856, à l'âge de trente-quatre ans, M. Hermite entrait à l'Institut ; en 1862, on créait pour lui une chaire à l'École normale : peu après il devint également professeur à l'École polytechnique et à la Sorbonne.

À cette époque, l'enseignement supérieur était, il faut bien le dire, un peu arriéré. Les grandes découvertes par lesquelles Gauss, Abel, Jacobi, Cauchy avaient transformé la science pendant un demi-siècle étaient passées sous silence, comme si elles n'intéressaient que de rares initiés. M. Hermite les jeta hardiment dans le domaine public. Cette heureuse audace a porté ses fruits : témoin notre jeune et brillante école de géomètres. Tous furent des élèves d'Hermite et doivent à ses leçons, à ses bienveillants encouragements, une grande part de leurs succès.

Cette royauté pacifique ne s'arrêtait pas à nos frontières : M. Hermite entretenait des correspondances dans toute l'Europe savante, et partout les jeunes talents pouvaient compter sur ses conseils et sur son appui.

Mais ni les devoirs de son enseignement, ni même les atteintes de l'âge ne purent porter préjudice à la fécondité de son esprit. De cette seconde période datent en effet un grand. nombre de beaux travaux qui ne le cèdent en rien aux œuvres de sa jeunesse.

Une évolution sensible se produit pourtant dans l'objet de ses recherches. L'arithmétique et l'algèbre, prédominantes jusque-là, vont céder le pas au calcul intégral.

La transition se fait par un Mémoire célèbre sur l'équation du cinquième degré, dont il donne la résolution par les fonctions elliptiques.

Puis viennent les recherches sur l'interpolation, sur de nouveaux modes de développement des fonctions en séries de polynômes, sur les continuités des intégrales définies qui dépendent d'un paramètre, etc.

Dans la théorie des fonctions elliptiques, M. Hermite découvre une formule fondamentale qui permet de les décomposer en éléments simples et, par suite, de les intégrer. Il étudie, le premier, les fonctions doublement périodiques de seconde espèce.

Nous arrivons enfin au Mémoire sur la Fonction exponentielle, digne couronnement de ses longues recherches sur les développements en fractions continues. Il y fait voir que le nombre e est transcendant. M. Lindemann a reconnu depuis que le nombre π l'est également. Le problème de la quadrature du cercle, si vainement cherché pendant tant de siècles, est donc démontré impossible.

On peut légitimement revendiquer pour M. Hermite une part dans ce beau résultat, car il a été obtenu en imitant la marche qu'il avait suivie pour l'exponentielle. Or on se ferait une idée bien incomplète du rôle des grands esprits en les mesurent exclusivement sur les vérités nouvelles qu'ils ont énoncées explicitement. Les méthodes qu'ils ont léguées à leurs successeurs, en leur laissant le soin de les appliquer à de nouveaux problèmes qu'eux-mêmes ne prévoyaient peut-être pas, constituent une autre part de leur gloire et parfois la principale, comme le montre l'exemple de Leibnitz.

Depuis bientôt un siècle, nous travaillons à développer les germes féconds que Gauss et Cauchy ont semés dans leurs écrits; il en sera de même pour Hermite. Voici deux nouveaux exemples qui le prouvent :

Le groupe remarquable de substitutions qu'il a rencontré dans ses recherches sur la transformation des fonctions abéliennes sert d'élément essentiel à la solution d'un problème tout différent, celui de la résolution des équations par radicaux. Il apparaît encore dans la discussion de la seconde variation des intégrales définies.

Les formes quadratiques à variables conjuguées sont le fondement indispensable des recherches sur la réduction des formes les plus générales, à coefficients réels ou complexes.

M. Hermite aimait la Science pour elle-même et ne se préoccupait guère des applications ; elles sont venues spontanément et par surcroît. À l'équation de Lamé, dont l'intégration constitue le dernier de ses grands travaux, il a rattaché toute une série de problèmes de mécanique : rotation d'un solide ; détermination de la courbe élastique ; oscillations du pendule conique.

Pour se faire une idée exacte de la place que M. Hermite occupait dans le monde mathématique, il faut avoir assisté comme nous aux fêtes inoubliables de son jubilé en 1892. Tous ses amis, ses disciples, ses admirateurs s'étaient donné rendez-vous à cette touchante cérémonie ; toutes les Sociétés savantes de l'Europe avaient envoyé des adresses ou des délégués.

La même année a vu le jubilé de Pasteur. Aujourd'hui Pasteur et Hermite ne sont plus; il ne nous reste que le souvenir de leurs exemples et leurs ouvrages ; mais ceux-ci suffisent à éterniser leur mémoire.

Que l'on nous permette, en terminant, d'exprimer un vœu au nom de la section de géométrie. L'œuvre d'Hermite est fort éparpillée ; en dehors des principaux Mémoires, elle contient beaucoup de lettres ou notes concises dispersées çà et là, mais qui portent toutes la griffe du lion. L'Académie s'honorerait et rendrait un grand service aux géomètres en entreprenant la publication des Œuvres complètes de Charles Hermite.